Prof. Dr. Alfred Toth

Mehrdimensionale Zahlen in qualitativen semiotischen Systemen

1. Die Peirce-Bensesche monokontexturale Zeichenrelation als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein oder Objekt und Subjekt (vgl. Bense 1975, S. 16) ist eine Relation über einer Mittelrelation, einer Objektrelation und Interpretantenrelation:

ZR = (3.a 2.b 1.c)

Wie in Toth (2008a, b) gezeigt wurde, kann man erstens die Objekttranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird das dem semiotischen Objektbezug (2.b) korrespondierende ontologische kategoriale Objekt (0.d) in die Zeichenrelation integriert:

PZR1 = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d)

Ferner kann man auch die Mitteltranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird das dem semiotischen Mittelbezug (1.c) korrespondierende ontologische disponible Mittel (Bense 1975, S. 45 f.) (P.e) in die Zeichenrelation integriert:

PZR2 = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d ╫ P.e)

Und schliesslich kann man noch die Interpretantentranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird der dem semiotischen Interpretantenbezug (3.a) korrespondierende ontologische disponible Interpretant (Q.f) in die Zeichenrelation integriert:

PZR3 = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d ╫ P.e ╫ Q.f)

PZR1-3 stellen also eine gestufte Polykontexturalität der Zeichenrelation dar.

Wie in Toth (2008c) gezeigt, gibt es für zwischen zwei Zeichenrelationen $ZR_{n,n}$ und $ZR_{n+1,n+1}$ liegende polykontexturale Zeichenrelationen immer genau die folgenden Möglichkeiten:

$ZR_{n,n+1}$, $ZR_{n+1,n}$

Ferner wurde in Toth (2008d) gezeigt, dass es neben diesen Formen polykontexturaler Zeichenrelationen noch mindestens die folgenden gibt:

$ZR_{n+2,3}$, $ZR_{n+3,3}$

Wenn wir also von $ZR_{3,3}$ ausgehen, erhalten wir als erste die folgenden polykontexturalen Zeichenrelationen:

$ZR_{3,3}$ = (.3., .2., .1.)

$PZR_{3,4}$ = (.3., .2., .1., .0)
$PZR_{4,3}$ = (.3., .2., .1., 0.)
$PZR_{4,4}$ = (.3., .2., .1., .0.)

$PZR_{4,5}$ = (.3., .2., .1., .0., .P)
$PZR_{5,4}$ = (.3., .2., .1., .0., P.)
$PZR_{5,5}$ = (.3., .2., .1., .0., .P.)

$PZR_{5,6}$ = (.3., .2., .1., .0., .P., .Q)
$PZR_{6,5}$ =(.3., .2., .1., .0., .P., Q.)
$PZR_{6,5}$ =(.3., .2., .1., .0., .P., .Q.)
...

Alle Zeichenklassen, welche über diesen $PZR_{n,m}$ konstruierbar sind, müssen natürlich Anpassungen der für die triadisch-trichotomische Zeichenrelation (3.a 2.b 1.c) geltenden semiotischen Inklusionsordnung ($a \geq b \geq c$), mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} gehorchen. Da die Fälle mit Indizes bis und mit i = 4 klar sein dürften, notieren wir lediglich

$ZR_{5,3}$ = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e) mit a, b, c, d, e $\in$ {.1, .2, .3}
$ZR_{3,5}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.0, .⦿, .1, .2, .3},
$ZR_{6,3}$ = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e Q.f) mit a, b, c, d, e, f $\in$ {.1, .2, .3}
$ZR_{3,6}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.0, .⦿, ◎, .1, .2, .3}.

(die Zahlbereiche von ⦿ und ◎ sind bewusst unbestimmt gelassen. Wichtig ist hier einzig, dass es qualitative Zahlbereiche sind, da sie ja erst nach Aufhebung der entsprechenden Transzendenzen eingeführt werden müssen, und dass sie anderseits innerhalb der semiotischen Inklusionsordnung in der gegebenen Nachfolgerelation zwischen (.0.) und (.1.) liegen. Es scheint in der Semiotik so zu sein, als lägen zwar nicht unendlich viele reelle und komplexe Zahlen im Intervall von [0, 1], denn diese sind semiotisch kaum definierbar, aber mindestens je zwei Sorten von qualitativen Zahlen, und dies scheint für das Intervall aller Paare von aufeinander folgenden ganzen Zahlen der Fall zu sein.)

2. Unter Berücksichtigung der Inklusionsordnung stellen wir nun die Anzahlen der Dualsysteme der genannten Zeichenrelationen zusammen:

$\lvert ZR_{3,3}\rvert = 10$	$\lvert ZR_{4,4}\rvert = 35$
$\lvert ZR_{3,4}\rvert = 20$	$\lvert ZR_{4,5}\rvert = 21$
$\lvert ZR_{4,3}\rvert = 15$	$\lvert ZR_{5,4}\rvert = 35$

Im Pascalschen Dreieck:

0 1

1 1 1

2 1 2 1

3 1 3 3 1

4 1 4 6 4 1

5 1 5 10 **10** 5 1

6 1 6 15 **20** **15** 6 1

7 1 7 21 35 **35** **21** 7 1

8 1 8 28 56 70 56 28 8 1

$|ZR_{5,3}| = 21 \qquad |ZR_{6,3}| = 28$

$|ZR_{3,5}| = 35 \qquad |ZR_{3,6}| = 56$

Im Pascalschen Dreieck:

0 1

1 1 1

2 1 2 1

3 1 3 3 1

4 1 4 6 4 1

5 1 5 10 10 5 1

6 1 6 15 20 15 6 1

7 1 7 21 35 **35** **21** 7 1

8 1 8 28 56 70 **56** **28** 8 1

Wenn wir nun alle Anzahlen der Dualsysteme für die verschiedenen Zeichenrelationen ins Pascalsche Dreieck eintragen, erkennen wir die folgenden Zusammenhänge der Anzahlen mit der Dimensionalität der Zahlen:

Dreieckszahlen

0 1 Tetraederzahlen

1 1 1 4-dim. Zahlen

2 1 2 1 5-dim. Zahlen

3 1 3 3 1 6-dim. Zahlen

4 1 4 6 4 1

5 1 5 10 **10** 5 1

6 1 6 **15** **20** 15 6 1 $ZR_{3,3}$, $ZR_{3,4}$, $ZR_{4,3}$, $ZR_{4,4}$, $ZR_{4,5}$, $ZR_{5,4}$

7 1 7 21 35 **35** **21** 7 1

8 1 8 28 56 70 **56** **28** 8 1 $ZR_{5,3}$, $ZR_{3,5}$, $ZR_{6,3}$, $ZR_{3,6}$

9 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

10 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

11 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

12 1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1 ...

.

.

Diese Abbildung zeigt den Zusammenhang der Dimensionalität der Zahlen als Anzahlen von semiotischen Dualsystemen über den polykontexturalen Zeichenrelationen, welche nach Aufhebung der Zeichentranszendenzen qualitative und nicht nur quantitative Partialrelationen enthalten.

Die "Rückwärtsbewegung" der Anzahlen im obigen Pascalschen Dreieck verdankt sich der Tatsache, dass z.B. eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation mehr Dualsysteme erzeugt als eine triadisch-tetratomische; allgemeine: $|ZR_{n+1,n}| < |ZR_{n,n+1}|$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die Aufhebung des semiotischen Invarianprinzips. Ms. (2008a)

Toth, Alfred, Die Transzendenzen des Zeichens. Ms. (2008b)

Toth, Alfred, Kombinationen präsemiotischer Zeichenklassen. Ms. (2008c)

Toth, Alfred, Die präsemiotischen Dualsysteme nicht-transzendenter Zeichenrelationen. Ms. (2008d)